24. Oktober 2012

Identifikation relevanter Parameter und Strukturbereiche für den Wärmeübergang zwischen Maschine und Umgebung

R. Herzog[1] I. Riedel[1] S. Ihlenfeldt[2] C. Zwingenberger[2]

[1]Professur Numerische Mathematik, TU Chemnitz (B05)

[2]Fraunhofer Institut für Werkzeugmaschinen und Umformtechnik IWU (B01)

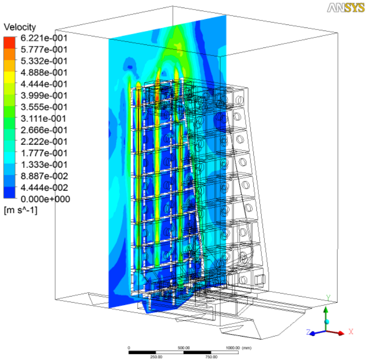
Gliederung

Einführung und Motivation

- Thermische Eigenschaftsanalyse von Werkzeugmaschinen erfordert Randbedingungen zwischen Maschinenstruktur und Umgebung
- Beschreibung der Wechselwirkung von Strukturoberfläche mit der Umgebung durch Konvektion und Wärmestrahlung
- Konvektionsrandbedingungen werden definiert durch Wärmeübergangskoeffizienten und Umgebungstemperatur
- Wärmeübergangskoeffizient keine messbare Größe → Berechnung auf Grundlage empirischer Gleichungen
- Differenzierung an einer komplexen Geometrie unzureichend

Einführung und Motivation

- CFD-Simulation zur Abbildung freier Konvektion erfordert aufwändige Simulationsmodelle
- Anforderung hoher Netzdichte in Bereichen mit Haftbedingung (Wand) → hoher Berechnungsaufwand
- Messungen der Temperaturen zur Verifizierung nur an ausgewählten Bereichen mit vertretbarem Aufwand realisierbar
- Messung der Strömungsgeschwindigkeit bei freier Konvektion kaum möglich

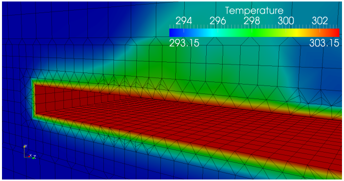


Strömungsgeschwindigkeiten der Umgebungsluft (Schnitt durch Fluid und Solid)

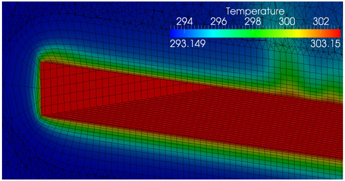
Zielstellung

- Verwendung „höherwertiger“ Simulationsmodelle zur Beschreibung der Konvektionsrandbedingungen → **CFD**
- Klassifizierung der Strukturoberfläche → Parameteridentifikation auf Basis von CFD-Simulationen
- Identifikation sensitiver Bereiche, in denen eine hohe Genauigkeit der Parameter erforderlich ist → **Sensitivitätsanalyse**
- hoher Anspruch an Netzdichte für CFD-Modelle zur Beschreibung der Haftbedingung

grobes Netz → Genauigkeit mangelhaft



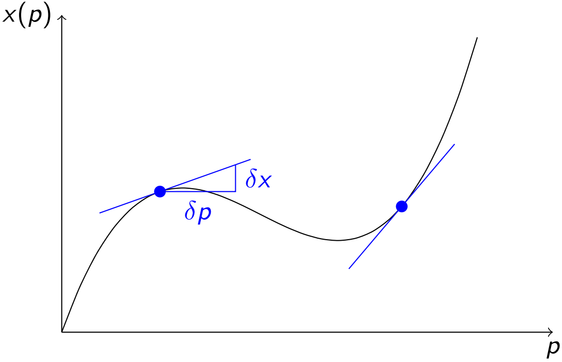
Netz mit Layerelementen → hohe Genauigkeit, hoher Rechenaufwand



Idee der Sensitivitätsanalyse

Sensitivitätsanalyse ist die Berechnung von Ableitungen der Ausgangsgrößen nach den Eingangsgrößen.

$\rightarrow$ linearisierter Zusammenhang $\delta x = x'(p)\,\delta p$



Berechnung von Ableitungen

Explizite Funktion

$$x(p) \quad \rightarrow \quad x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$e(x,p) = 0$$

$$\rightarrow \quad e_x(x(p_0),p_0)\,\underbrace{x'(p_0)\,\delta p}_{=\delta x} = -e_p(x(p_0),p_0)\,\delta p$$

Berechnung von Ableitungen

Explizite Funktion

$$x(p) \quad \to \quad x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$e(x,p) = 0 \quad \leftarrow \quad \text{thermo-mechanische FE-Simulation}$$

$$\to \quad e_x(x(p_0),p_0)\,\underbrace{x'(p_0)\,\delta p}_{=\delta x} = -e_p(x(p_0),p_0)\,\delta p$$

Berechnung von Ableitungen

Explizite Funktion

$$x(p) \quad \rightarrow \quad x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$e(x,p) = 0 \quad \leftarrow \quad \text{thermo-mechanische FE-Simulation}$$

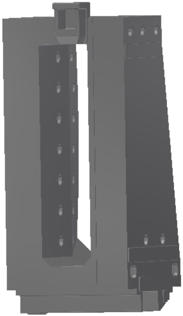
$$\rightarrow \quad \underbrace{e_x(x(p_0),p_0)}_{?}\,\underbrace{x'(p_0)\,\delta p}_{=\delta x} = -e_p(x(p_0),p_0)\,\delta p$$

Thermo-mechanisches Modell

Wärmeleitung (stationär)

$$-\operatorname{div}(\lambda \nabla T) = q \qquad \text{in } \Omega$$

$$\lambda \frac{\partial}{\partial n} T + \alpha \left(T - T_{\text{ref}} \right) = r \qquad \text{auf } \Gamma = \partial\Omega$$



T	-	Temperatur	[K]
q	-	thermische Volumenlast(dichte)	$[\mathrm{W/m^3}]$
r	-	thermische Flächenlast(dichte)	$[\mathrm{W/m^2}]$
λ	-	Wärmeleitfähigkeit	$[\mathrm{W/(K\,m)}]$
α	-	Wärmeübergangskoeffizient	$[\mathrm{W/(K\,m^2)}]$
T_{ref}	-	Umgebungstemperatur	[K]

Thermo-mechanisches Modell

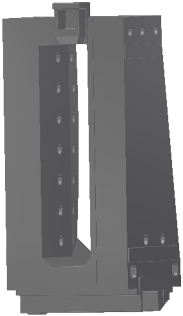
Lineare Elastizität

$$-\operatorname{div}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega$$

$$\varepsilon = \mathbb{C}^{-1}\boldsymbol{\sigma} + \beta\,(T - T_{\text{ref}})\,\mathrm{I}$$

$$\mathbb{C}^{-1}\boldsymbol{\sigma} = \frac{1+\nu}{E}\boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E}\operatorname{trace}(\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{I} \qquad \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{auf } \Gamma_D$$

$$\varepsilon(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T) \qquad \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n} = \mathbf{g} \quad \text{auf } \Gamma_N$$



$\mathbf{u}$	-	Verschiebung	[m]
$\boldsymbol{\sigma}$	-	Spannung	$[N/m^2]$
ε	-	Verzerrung	[1]
ν	-	Querkontraktionszahl	[1]
E	-	E-Modul	$[N/m^2]$
β	-	therm. volumetr. Ausdehnungskoeff.	$[1/K]$
$\mathbf{f}$	-	Volumenlast(dichte)	$[N/m^3]$
$\mathbf{g}$	-	Flächenlast(dichte)	$[N/m^2]$

Thermo-mechanisches Modell

$x \,\widehat{=}\, (T, \mathbf{u}), \quad p \,\widehat{=}\, \alpha$

Wärmeleitung (stationär)

$$-\operatorname{div}(\lambda \nabla T) = q \qquad \text{in } \Omega$$

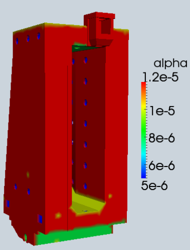
$$\lambda \frac{\partial}{\partial n} T + \alpha (T - T_{\mathrm{ref}}) = r \qquad \text{auf } \Gamma = \partial\Omega$$

Lineare Elastizität

$$-\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f} \qquad \text{in } \Omega$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C}^{-1}\boldsymbol{\sigma} + \beta (T - T_{\mathrm{ref}})\mathrm{I} \qquad \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{auf } \Gamma_D$$

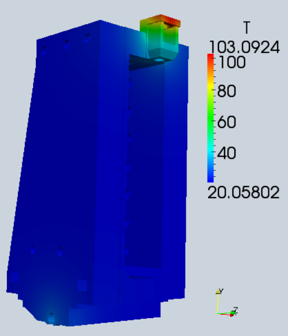
$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \qquad \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{g} \quad \text{auf } \Gamma_N$$



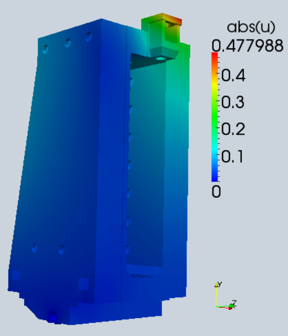
α_0 in $[\mathrm{W/K\,mm^2}]$

Beispiel Maschinenständer

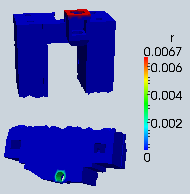
Temperatur T in [K]



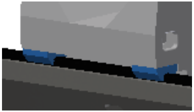
Betrag der Verschiebung $|u|$ in [mm]



Wärmequellen r in [W/mm^2]



Einspannung



$$u_y = u_z = 0$$

Sensitivitätsmodell

$$e_x(x,p)\,\delta x + e_p(x,p)\,\delta p = 0$$

Thermisches Sensitivitätsmodell

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\lambda\nabla\delta T) &= 0 && \text{in } \Omega \\ \lambda\frac{\partial}{\partial n}\delta T + \alpha\,\delta T &= -\delta\alpha\,(T - T_{\mathrm{ref}}) && \text{auf } \Gamma \end{aligned}$$

Elastisches Sensitivitätsmodell

$$-\operatorname{div}(\delta\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{0} \quad \text{in } \Omega$$

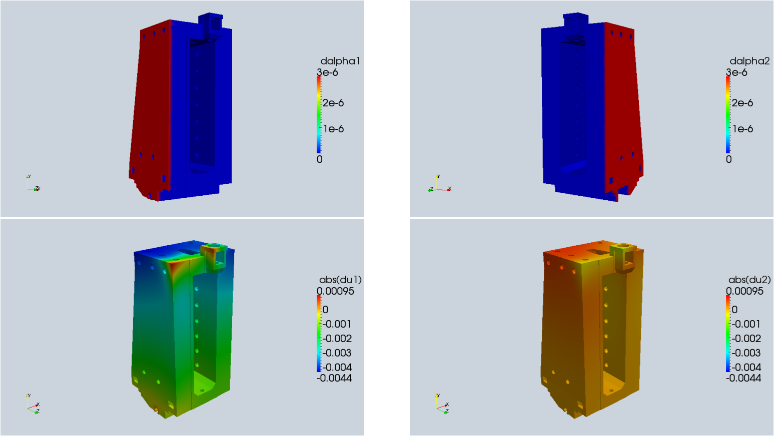
$$\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C}^{-1}\delta\boldsymbol{\sigma} + \beta\,\delta T\,\mathrm{I} \qquad \delta\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{auf } \Gamma_D$$

$$\delta\boldsymbol{\varepsilon}(\delta\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\delta\mathbf{u} + \nabla\delta\mathbf{u}^T) \qquad \delta\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{auf } \Gamma_N$$

Beispiel Richtungsableitung

Einfluss des Wärmeübergangsparameters auf die Verschiebung

$$x'(\alpha_0)\,\delta\alpha = (\delta T, \delta \mathbf{u})$$



Output-Funktional

- Meist ist nicht die gesamte Ableitung interessant, sondern nur ausgewählte Größen, z. B. die Verschiebung am TCP.
- Führen daher ein Output-Funktional $f : X \to \mathbb{R}$ ein.

Explizite Funktion

$$f(x(p)) \quad \to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = f'(x(p_0))\,x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$f(x(p)),\ \text{wobei } e(x,p) = 0$$

$$\to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = - \quad f'(x(p_0)) \cdot e_x(x(p_0), p_0)^{-1} \quad \cdot e_p(x(p_0), p_0)\ \delta p$$

Output-Funktional

- Meist ist nicht die gesamte Ableitung interessant, sondern nur ausgewählte Größen, z. B. die Verschiebung am TCP.
- Führen daher ein Output-Funktional $f : X \to \mathbb{R}$ ein.

Explizite Funktion

$$f(x(p)) \quad \to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = f'(x(p_0))\,x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$f(x(p)), \text{ wobei } e(x,p) = 0$$

$$\to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = - \quad f'(x(p_0)) \cdot e_x(x(p_0), p_0)^{-1} \cdot e_p(x(p_0), p_0)\ \delta p$$

Output-Funktional

- Meist ist nicht die gesamte Ableitung interessant, sondern nur ausgewählte Größen, z. B. die Verschiebung am TCP.
- Führen daher ein Output-Funktional $f : X \to \mathbb{R}$ ein.

Explizite Funktion

$$f(x(p)) \quad \to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = f'(x(p_0))\,x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$f(x(p)), \text{ wobei } e(x,p) = 0$$

$$\to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = -\left(f'(x(p_0)) \cdot e_x(x(p_0),p_0)^{-1} \right) \cdot e_p(x(p_0),p_0)\,\delta p$$

Output-Funktional

- Meist ist nicht die gesamte Ableitung interessant, sondern nur ausgewählte Größen, z. B. die Verschiebung am TCP.
- Führen daher ein Output-Funktional $f : X \to \mathbb{R}$ ein.

Explizite Funktion

$$f(x(p)) \quad \to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = f'(x(p_0))\,x'(p_0)\,\delta p$$

Implizite Funktion

$$f(x(p)), \;\text{wobei } e(x,p) = 0$$

$$\to \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = -\Big(\underbrace{f'(x(p_0)) \cdot e_x(x(p_0), p_0)^{-1}}_{=y^T}\Big) \cdot e_p(x(p_0), p_0)\,\delta p$$

Adjungiertes Modell

- z. B. $f(x) = u_z(P)$
- adjungierter Zustand $y = (S, \mathbf{v})$

Adjungierte Elastizität

$$-\operatorname{div}\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = [0, 0, \delta_P]^T \quad \text{in } \Omega$$

$$\tilde{\varepsilon} = \mathbb{C}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \qquad \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \text{auf } \Gamma_D$$

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T) \qquad \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{auf } \Gamma_N$$

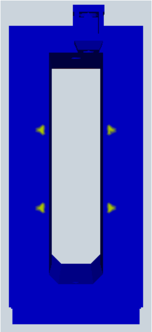
Adjungierte Wärmeleitung

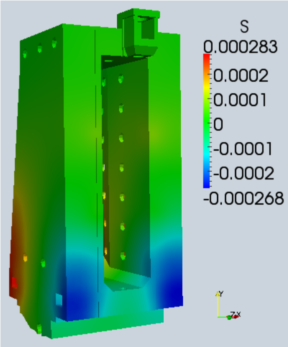
$$-\operatorname{div}(\lambda\nabla S) = \beta\,\frac{E}{1-2\nu}\,\operatorname{trace}(\tilde{\varepsilon}(\mathbf{v})) \quad \text{in } \Omega$$

$$\lambda\,\frac{\partial}{\partial n}S + \alpha\,S = 0 \qquad \text{auf } \Gamma$$

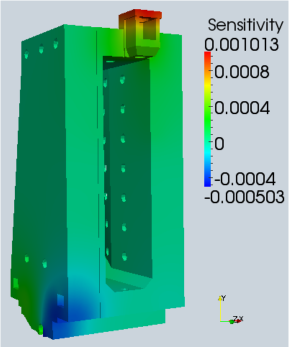
Beispiel adjungierter Zustand

$$f(x) = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} u_z(P_i), \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} f(x(p_0))\,\delta p = \int_\Gamma \delta\alpha\,(T - T_{\mathrm{ref}})\,S\,\mathrm{d}s$$





adjungierte Temperatur S in [mm/W]

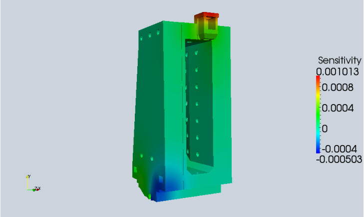


$(T - T_{\mathrm{ref}})\,S$ in [K mm/W]

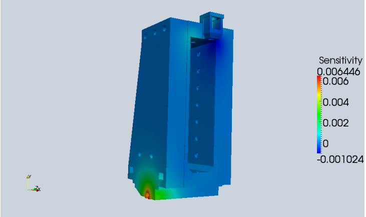
Ergebnisse - Sensitivitätsanalyse

- Sensitivitätskarten zeigen Gebiete, in denen die Lösung empfindlich auf Veränderungen des Parameters reagiert bzw. Ungenauigkeiten des Parameters verstärkt.
- Sensitivitäten sind abhängig von Anfangsdaten p_0, thermischen Lasten und der geometrischen Situation.
- Gebiete mit hohen Sensitivitätswerten sollten in der CFD-Simulation feiner diskretisiert werden.

$$f(x) = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} u_z(P_i)$$



$$f(x) = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} u_x(P_i)$$



Zusammenfassung und Ausblick

- Die Sensitivitätsanalyse mit der beschriebenen Methode ist geeignet, Bereiche zu identifizieren, die eine hohe Empfindlichkeit der Ausgangsgröße gegenüber bestimmten Parametern besitzen.
- Für das vorgestellte Beispiel der Konvektionsrandbedingung sollen die Erkenntnisse bei der Erstellung strömungsmechanischer Modelle genutzt werden, um diese effizient zu gestalten.
- Es soll in weiteren Untersuchungen nachgewiesen werden, dass ein derart „optimiertes “ CFD-Modell ausreichend genau die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten ermöglicht.