49. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium
Technische Universität Ilmenau
27.-30. September 2004

Th. Bernard:

Fuzzy-basierte Leitkomponente zur multikriteriellen Optimierung von komplexen chemischen Prozessen

1 Motivation

Bei der Automatisierung von verfahrenstechnischen Prozessen treten sehr häufig Probleme der multikriteriellen Optimierung auf, für deren Lösung überwiegend klassische Verfahren der Pareto-Optimierung verwendet werden, obwohl diese relativ wenig Transparenz der Lösung vermitteln. Typische multikriterielle Optimierungsprobleme treten z. B.

- bei der Rezeptierung von chemischen Prozessen oder
- bei der Wahl von Arbeitspunkten von geregelten verfahrenstechnischen Prozessen im Bereich der Stahl- und Glasindustrie auf.

Bei all diesen Anwendungen gilt es mehrere, unterschiedlich gewichtete Gütekriterien gleichzeitig zu optimieren. In vielen Fällen sind die Güteforderungen nur sehr unscharf beschreibbar. Auf der einen Seite können dies Gütekriterien sein, die von der menschlichen Empfindung bzw. Beurteilung abhängen wie z. B. Qualitätsanforderungen bzgl. Farbe, Geschmack oder Formhaltigkeit. Auf der anderen Seite kann eine Unschärfe in den Gütekriterien dadurch entstehen, dass die zugrundeliegenden Modelle mit einer gewissen Unsicherheite behaftet sind und somit modellbasierte Gütekriterien nur innerhalb einer bestimmtem Bandbreite berechenbar sind.
Andere Kriterien hingegen sind scharf definiert, z. B. ökonomische Kriterien wie Energie- oder Materialverbrauch. Hierzu sind oft Modelle mit hoher Genauigkeit verfügbar.
Es ist also ein Ansatz zur Optimierung gesucht, der sowohl scharfe als auch unscharf definierte Gütekriterien einbeziehen kann. Das multikriterielle Optimierungsverfahren des Fuzzy Decision Making von BELLMAN und ZADEH [1-3] erfüllt diese Bedingung. Wesentliche Vorteile des Verfahrens sind ein hohes Maß an Transparenz der erzielten Lösung, die Möglichkeit der gezielten und effizienten Gewichung einzelner Gütekriterien und einfache Implementierbarkeit des Algorithmus.
Im vorliegenden Beitrag wird anhand eines konkreten Fallbeispiels aus der chemischen Industrie die Leistungsfähigkeit der Methode des Fuzzy Decision Making mit der klassischen Methode der Pareto-Optimierung vergleichend untersucht und bewertet.

2 Grundlagen zur Multikriteriellen Optimierung

2.1 Pareto-Optimierung

Eine Lösung $\mathbf{x}^*$ heißt pareto-optimal, wenn sie die Randbedingungen (1) erfüllt und wenn es *kein* $\mathbf{x}$ gibt so dass für die Güteindizes gilt [4]:

$$\begin{aligned} &J_i(\mathbf{x}) \leq J_i(\mathbf{x}^*), \quad i = 1,\ldots,N \quad \text{und} \\ &J_k(\mathbf{x}) < J_k(\mathbf{x}^*), \quad k \in [1,N] \end{aligned} \tag{1}$$

Eine Lösung ist also pareto-optimal, wenn sich ein Teilkriterium J_k nur noch dadurch weiter minimieren lässt, indem mindestens ein anderes Teilkriterium erhöht wird. Die Menge der pareto-optimalen Lösungen ist in Bild 1 beispielhaft für zwei zu minimierende Gütekriterien J_1 und J_2 dargestellt.

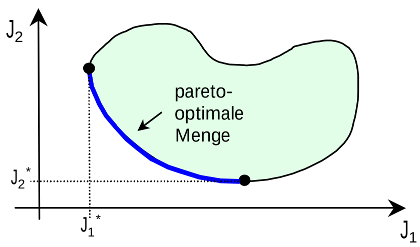

Bild 1: Zur Definition der pareto-optimalen Menge

Die pareto-optimale Menge enthält i. A. mehr als ein Element, wie auch aus Bild 1 ersichtlich ist. Daher müssen weitere Forderungen eingeführt werden, um eine eindeutige beste Lösung zu bestimmen. Das können z. B. minimale Anspruchsniveaus oder skalare Ersatzkriterien zur Bewertung der Lösung sein [4].

Eine Bewertung durch ein skalares Ersatzkriterium wie z. B. eine gewichtete Summe der Teilkriterien

$$J_{ges} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i J_i \tag{2}$$

ist nur bedingt zur Bewertung des Ergebnisses geeignet. Dabei kann nämlich ein schlecht erfülltes Teilkriterium durch ein gut erfülltes anderes Teilkriterium kompensiert werden. Genau diese Einschränkung erweist sich bei vielen technischen Optimierungsproblemen als sehr nachteilig.

2.2 Methode der Fuzzy-Optimierung

Die Fuzzy-basierte multikriteriellen Optimierung (engl.: Fuzzy Decision Making) geht davon aus, dass die Gütekriterien $J_i(\mathbf{x})$ zunächst in Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen μ_i zu transformieren sind:

$$\mu_i(\mathbf{x}) = g_i(J_i(\mathbf{x})), \qquad 0 \leq \mu_i \leq 1, \qquad i = 1\ldots N \tag{3}$$

Es entspricht

$\mu_i = 0$: nicht akzeptablem Erfülltheitsgrad von Gütekriterium J_i

$\mu_i = 1$: sehr gutem Erfüllltheitsgrad von Gütekriterium J_i

Die Transformation in eine Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen ist beispielhaft in Bild 2 gezeigt. Bei der Wahl der Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktion ist die Form relativ frei wählbar (z. B. linearer Übergang, Sigmoide). Wesentlich ist jedoch, dass die Werte $\mu_i = 0$ (d. h. nicht akzeptabler Erfüllltheitsgrad) durch den Optimierungsalgorithmus automatisch von der Lösungsmenge ausgeschlossen werden. Somit kann durch den Entwurf der Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktion direkt auf das Optimierungsergebnis Einfluss genommen werden (vgl. Bild 2 rechts).

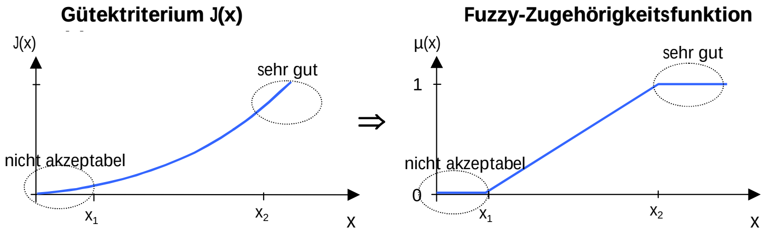

Bild 2: Zur Transformation eines zu maximierenden Gütekriteriums J(x) in eine Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktion μ(x)

Im nächsten Schritt werden die Fuzzy-Teilkriterien μ_i durch eine unscharfe UND-Verknüpfung [1,2] zu einem Gesamt-Fuzzy-Index μ_{ges}

$$\mu_{ges}(\mathbf{x}) = \mu_1(\mathbf{x}) \wedge \ldots \wedge \mu_N(\mathbf{x}) \tag{4}$$

miteinander verknüpft. Der Fuzzy-UND-Operator ($\wedge$) wird z. B. durch den Minimum-Operator realisiert. Der eigentliche Optimierungsschritt zur Bestimmung der besten Lösung $\mathbf{x}^*$ besteht in der Maximierung von μ_{ges}:

$$\mu_{ges}(\mathbf{x}^*) = \max_{x} \mu_{ges}(\mathbf{x}) \tag{5}$$

Die erhaltene Lösung der Fuzzy-Optimierung $\mathbf{x}^*$ ist ebenfalls pareto-optimal im Sinne von (1). Der Fuzzy-Optimierungsalgorithmus (3) - (5) kann wie folgt interpretiert werden:

"Maximiere Kriterium 1 UND Kriterium 2 UND ... Kriterium N"

Im Gegensatz zur Pareto-Optimierung wird dadurch gewährleistet, dass die Teil-Kriterien möglichst gleich gut erfüllt werden und es wird vermieden, dass ein (oder mehrere) Teil-Kriterien nur schlecht erfüllt sind. Bei der Pareto-Optimierung mit einfachen skalaren Ersatzkriterien wie (2) ist diese Gefahr gegeben.

2.3 Wichtung einzelner Teilkriterien

Bei der Pareto-Optimierung ist eine Wichtung einzelner Teilkriterien prinzipiell z. B. über die Wichtungsfaktoren α_i in (2) möglich. Praktisch gestaltet sich dies jedoch bei der Gewichtung von mehr als einem Kriterium aufgrund der beschriebenen kompensatorischen Wirkung als schwierig. Es ist also a priori nicht mehr möglich, eine Aussage darüber zu treffen, ob die gewünschte

Gewichtung auch tatsächlich erfolgt.

Bei der Fuzzy-UND-Verknüpfung der Teilkriterien ist eine transparente Gewichtung eines oder mehrerer Teilkriterien möglich [2]. Dazu werden die Fuzzy-Kriterien μ_i mit Gewichtungsfaktoren λ_i multipliziert (6).

$$\mu_{ges}(\mathbf{x}^*) = \max_{x} \lambda_1\mu_1(\mathbf{x}) \wedge ... \wedge \lambda_N\mu_N(\mathbf{x}) \tag{6}$$

Es wird das Gütekriterium μ_i um so stärker gewichtet, je *kleiner* (!) λ_i ist. Die relative Gewichtung zweier Gütekriterien μ_j und μ_k wird durch das Verhältnis λ_j/λ_k repräsentiert. Für $\lambda_j/\lambda_k \to 0$ wird μ_j sehr viel stärker als μ_k gewichtet. Durch die Wahl von $\lambda_i = 1$ für i = 1 ... N geht (6) in (5) über.

3 Fallbeispiel

3.1 Problemstellung

Im folgenden wird ein Rezepturproblem aus der chemischen Industrie betrachtet. Zu optimieren ist ein statisches Multi-Input - Multi-Output - System mit 4 Eingangsgrößen $\mathbf{x} = [x_1 \ldots x_4]$ (Rezepturanteile) und 44 Ausgangsgrößen $\mathbf{y} = [y_1 \ldots y_{44}]$ (Messgrößen). Die Ausgangsgrößen y_i sind nichtlinear von den Eingangsgrößen $\mathbf{x}$ abhängig:

$$y_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}), \quad i = 1,...,44 \tag{7}$$

Die Optimierung erfolgt hinsichtlich der Gütekriterien (8). Es ist y_1 ... y_{43} zu maximieren, während y_{44} zu minimieren ist.

$$\begin{aligned} y_i(\mathbf{x}^*) &= \max_{\mathbf{x}} y_i(\mathbf{x}), \quad i = 1,...,43 \\ y_{44}(\mathbf{x}^*) &= \min_{\mathbf{x}} y_{44}(\mathbf{x}) \end{aligned} \tag{8}$$

Bezüglich der Eingangsgrößen $\mathbf{x}$ sind folgende Restriktionen zu berücksichtigen:

$$\begin{aligned} 82.5 \le x_1 &\le 100 \\ 0 \le x_k &\le 17.5, \quad k = 2,3,4 \\ x_2 + x_3 + x_4 &\le 17.5 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 100 \end{aligned} \tag{9}$$

Es wird folgende Definition der Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen im Sinne der obigen Beschreibung vorgenommen (vgl. Bild 3):

$$\mu_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} \dfrac{y_i(\mathbf{x}) - y_{min,i}}{y_{max,i} - y_{min,i}} & \text{für } i = 1...43 \\[2ex] \dfrac{y_{max,i} - y_i(\mathbf{x})}{y_{max,i} - y_{min,i}} & \text{für } i = 44 \end{cases} \tag{10}$$

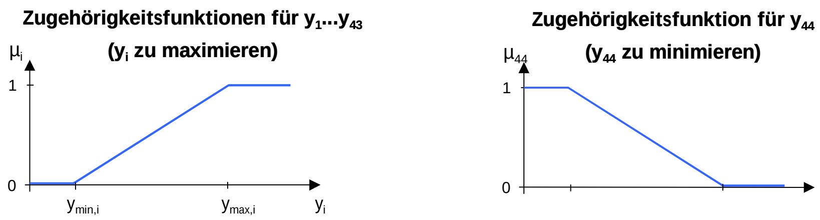

Bild 3: Definition der Zugehörigkeitsfunktionen μ_1 ... μ_{44} aus den Minima bzw. Maxima der Messwerte y_i ($\mu = 0$: Bewertung *unakzeptabel*, $\mu = 1$: Bewertung *sehr gut)*

3.2 Vergleich der Ergebnisse von Fuzzy-Optimierung und Pareto-Optimierung

Im folgenden wird ein reduzierter Eingangsbereich betrachtet, der durch praxisrelevante Randbedingungen vorgegeben ist:

$$x_1 = 82.5 \ldots 89$$
$$x_2 = 11 \ldots 16$$
$$x_3 = 0$$
$$x_4 = 0 \ldots 6$$

Man beachte, dass x_3 auf den $x_3 = 0$ festgelegt ist, d. h. es werden lediglich x_1, x_2 und x_4 optimiert. Zur Bewertung der Pareto-optimalen Ergebnisse wird das skalare Ersatzkriterium

$$J = \sum_{i=1}^{43} y_i \qquad \text{"Pareto-Index"} \qquad (11)$$

herangezogen. Man beachte, dass zur Vermeidung von kompensatorischen Effekten nur die ersten 43 zu maximierenden Gütekriterien berücksichtigt werden.

Die Diskretisierung bei der Fuzzy-Optimierung wurde zu dx = 0.25 gewählt.

In Tabelle 1 ist die beste Lösung der Fuzzy-Optimierung sowie zum Vergleich das beste Ergebnis der Pareto-Optimierung bei reduziertem Eingangsbereich eingetragen. Es ist ersichtlich, dass sich die optimalen Werte $\mathbf{x}^*$ bei Pareto- und Fuzzy-Optimierung relativ stark unterscheiden.

Der Fuzzy-Gesamtindex μ_{ges} ist bei der Fuzzy-Optimierung mit 0.34 im Vergleich zu 0.10 bei der Pareto-Optimierung deutlich größer und damit besser. Der Pareto-Index J der Ergebnisse der Fuzzy-Optimierung (11) ist ebenfalls besser als der Wert der Ergebnisse de Pareto-Optimierung ($J_{Fuzzy} = 2069$, $J_{Pareto} = 2044$).

	x_1	x_2	x_3	x_4	Fuzzy Index μ_{ges}	Pareto Index J
Fuzzy-Optimierung	82.5	15.3	0.0	2.3	0.34	2068.5
Pareto-Optimierung	89.0	11.3	0.0	0.0	0.10	2044.2

Tabelle 1: Werte der besten Ergebnisse von Fuzzy-Optimierung und Pareto-Optimierung (Optimizer67) bei reduziertem Eingangsbereich. x_3: auf Wert 0 fixiert

Die Werte der Fuzzy-Teilkriterien nach Fuzzy- und Pareto-Optimierung werden in Bild 4 verglichen (durchgezogene Linie: Pareto-Lösung, gestrichelt: Fuzzy-Lösung).

Es ist ersichtlich, dass zwar bei einigen Teilkriterien die Pareto-Optimierung zu höherem Erfülltheitsgrad führt (z. B. bei μ_2). Allerdings nimmt das am schlechtesten erfüllte Teilkriterium μ_6 bei der Fuzzy-Optimierung den Wert $\mu_6 = 0.34$ an, bei Pareto-Optimierung den deutlich geringeren Wert $\mu_6 = 0.10$ (der zu der schlechten Gesamtgüte $\mu_{ges} = 0.10$ führt). Die Lösung der Fuzzy-Optimierung lässt es also nicht zu, dass einzelne Kriterien sehr schlecht erfüllt sind und führt somit zu einer ausgewogeneren Erfüllung der Teilkriterien.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Fuzzy-Optimierung hier zu deutlich besseren Ergebnissen führt als die Pareto-Optimierung.

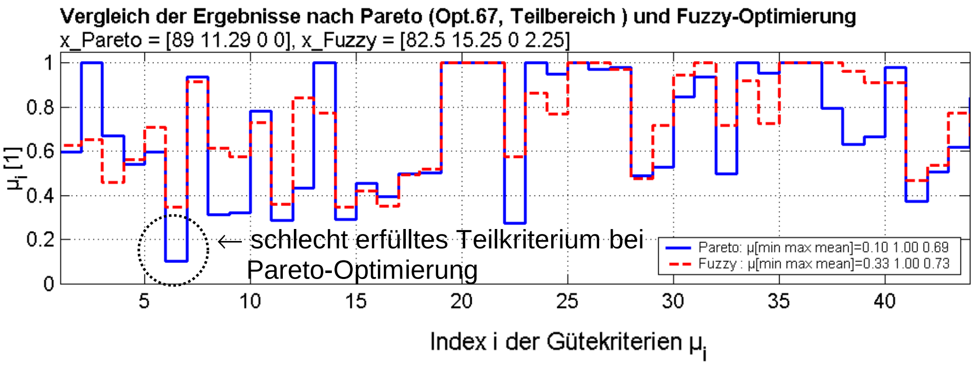

Bild 4: Vergleich der besten Ergebnisse nach Fuzzy- und Pareto-Optimierung bei reduziertem Eingangsbereich. Dargestellt sind die Fuzzy-Teilkriterien μ_i

3.3 Ergebnisse bei stärkerer Gewichtung eines Gütekriteriums

Abschließend wird untersucht, wie die Optimierungsergebnisse bei stärkerer Gewichtung eines Kriteriums ausfallen. Dazu wurde willkürlich das Teilkriterium y_{13} herausgegriffen und stärker gewichtet. Dadurch soll die Güte des Teilkriteriums y_{13} gesteigert werden.

Die Ergebnisse wurden mit $dx = 0.5$ und vollständigem Eingangsraum erzielt. Die Gewichtung erfolgt über einen Wichtungsparameter λ (vgl. Abschnitt 2.2). Im folgenden werden Ergebnisse mit $\lambda = 0.2$ diskutiert ($0 < \lambda < 1$ bedeutet eine stärkere Gewichtung gegenüber den anderen Kriterien, vgl. (6)).

Aus Bild 5 ist ersichtlich, dass durch die stärkere Gewichtung von Kriterium y_{13} eine Erhöhung auf $\mu_{13} \approx 1$ erreicht, d. h. sehr guter Erfüllungsgrad von Kriterium y_{13}. Die Gesamtgüte μ_{ges} sinkt nun auf $\mu_{ges} = 0.23$.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass über den Wichtungsparameter λ eine einfache und transparent Möglichkeit besteht, einzelne, besonders wichtige Kriterien nachträglich zu verbessern. Dies wird naturgemäß mit der Verschlechterung anderer Kriterien erkauft.

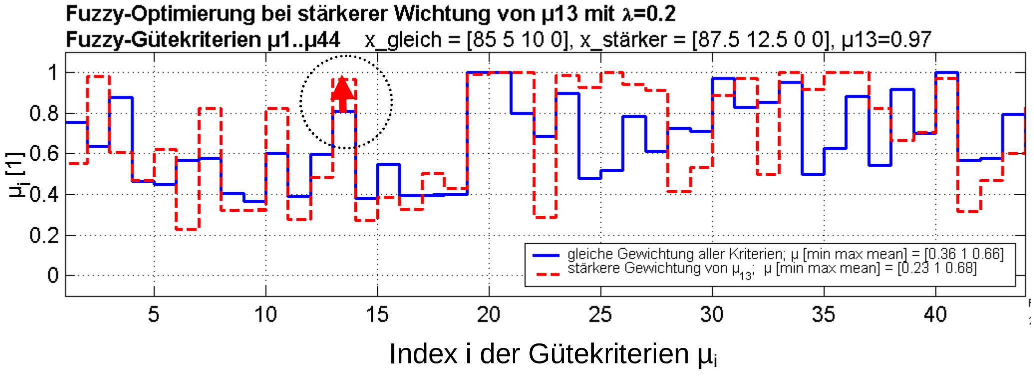

Bild 5: Vergleich der Ergebnisse der Fuzzy-Optimierung bei gleicher Gewichtung aller Kriterien und bei stärkerer Gewichtung von Kriterium y_{13} (Wichtungsfaktor $\lambda = 0.2$)

4 Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wurde das Potential der multikriteriellen Fuzzy-Optimierung (Fuzzy Decision Making) von nichtlinearen Multi-Input - Multi-Output - Prozessen anhand eines beispielhaften Problems aus der chemischen Industrie untersucht.

Optimiert wurde ein statisches nichtlineares Multi-Input - Multi-Output-System mit 4 Eingangs- und 44 Ausgangsvariablen, die gleichzeitig die Gütekriterien darstellen. Angewendet wurden sowohl die Methode der Fuzzy-Optimierung als auch der klassischen Pareto-Optimierung.

Es wurde gezeigt, dass die Ergebnisse der Fuzzy-Optimierung zu höheren Werten des Gesamt-Fuzzykriteriums μ_{ges} führen. Im Gegensatz zur Pareto-Optimierung wurde bei der Fuzzy-Optimierung gewährleistet, dass *alle* Teilgütekriterien jeweils möglichst optimale Werte annehmen. Darüber hinaus wurde demonstriert, dass eine nachträgliche Wichtung einzelner Gütekriterien auf einfache und transparente Weise möglich ist. Somit lässt sich das Optimierungsergebnis iterativ dem Bedarf des Anwenders anpassen.

Literatur:

[1] Bellman, R.E.; Zadeh, L.A.: Decision Making In A Fuzzy Environment, Management Science, 17 (1970), S. 141-163

[2] Bernard, T.: Ein Beitrag zur gewichteten multikriteriellen Optimierung von Heizungs- und Lüftungsregelkreisen auf Grundlage des Fuzzy Decision Making. Universität Karlsruhe, Fakultät für Maschinenbau, Dissertation 2000, online: http://thbernard.leute.server.de/diss/

[3] Bernard, T; Kuntze, H.-B.: A New Fuzzy-based Supervisory Control Concept for the Demand-responsive Optimization of HVAC Control Systems, 37th IEEE Conference on Decision and Control CDC '98, Tampa/Florida, Dez. 1998

[4] Ehrgott, M.: Multicriteria Optimization. Springer, Berlin 2000

Autorenangabe:

Dr. Thomas Bernard
Fraunhofer-Institut für Informations- und Datenverarbeitung IITB
Fraunhoferstr. 1, D - 76131 Karlsruhe
Tel.: +49-721-6091-360, Fax: -413
E-mail: bernard@iitb.fraunhofer.de